Institut für Theoretische Physik
C. Ewerz

Universität Heidelberg
Wintersemester 2010/11

5. Übung zur Quantenmechanik II

Besprechung der Präsenzaufgaben: 10.-13.01.2011
Abgabe der schriftlichen Aufgaben: 14.01.2011

P 12 Streuung am Coulomb-Potential (3 Punkte)

Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Streuung am Coulomb-Potential in Bornscher Näherung gemäß

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta, \varphi)|^2 . \tag{1}$$

Benutzen Sie dazu das Ergebnis von Aufg. 11 (b) (i),

$$V(q) = 4\pi A \, \frac{1}{q^2 + \frac{1}{\mu^2}} , \tag{2}$$

und nehmen Sie einen geeigneten Grenzwert des Yukawa-Potentials. Verwenden Sie außerdem $|\vec{k}_f| = |\vec{k}_i| = k$ und $q = 2k \sin(\theta/2)$ (warum?). Woher kennen Sie das Resultat bereits?

P 13 Strukturanalyse mittels Streuung (5 Punkte)

Wir betrachten die Streuung von Teilchen an einem zweiatomigen Molekül, dessen Potential gegeben sei durch

$$V(\vec{x}) = F(\vec{x} + \vec{a}) + F(\vec{x} - \vec{a}) , \tag{3}$$

worin F das Potential eines Atoms ist. Das Molekül sei entlang der x-Achse orientiert. Die Streuteilchen sollen entlang der z-Achse einlaufen. Der Streuwinkel θ sei wie üblich als Polarwinkel zur z-Achse definiert. Der Azimuthalwinkel φ sei so definiert, daß die positive x-Achse $\varphi = 0$ habe.

(a) Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt in Bornscher Näherung. *Hinweis:* Das Ergebnis können Sie durch die Fouriertransformierte von F ausdrücken. Wie hängt $(\vec{k}_f - \vec{k}_i) \cdot \vec{a}$ von θ und φ ab?

(b) Ein Experimentator benutzt Neutronen der Energie $E = 1\,\text{eV}$ als Streuteilchen und beobachtet die erste Nullstelle des Wirkungsquerschnitts für $\varphi = 0$ bei $\theta = 4°$. Wie groß ist der Abstand $2a$ der beiden Atome im Molekül?
Hinweis: $\hbar c = 197\,\text{MeV}\,\text{fm}$, und die Neutronmasse ist $m_n c^2 = 938\,\text{MeV}$.

Bemerkung: Man kann obiges Potential für die Streuung an einem Kristallgitter verallgemeinern und in ähnlicher Weise den Gitterabstand des Kristalls bestimmen.

S 14 Winkelabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts (6 Punkte)

Die Winkelabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts enthält wichtige und experimentell leicht zugängliche Informationen über das Potential. Im folgenden wollen wir diese Winkelabhängigkeit genauer betrachten.

(a) Skizzieren Sie die Abhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts vom Streuwinkel θ für den Fall

  (i) einer reinen s-Wellenstreuung,

  (ii) einer reinen p-Wellenstreuung,

  (iii) der Interferenz einer s-Wellen- und einer p-Wellenstreuung.

  Hinweis: Hierbei können Sie die Koeffizienten der jeweiligen Terme in der Partialwellenzerlegung der Streuamplitude beliebig wählen.

(b) Skizzieren Sie die Winkelabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts in Bornscher Näherung für zwei verschiedene Werte von ka, z. B. $ka = 10$ und $ka = 0.1$ für

  (i) das Kastenpotential,

  (ii) das Yukawa-Potential,

  deren Streuamplituden in Aufg. 11 berechnet wurden. (Dort war statt a im Yukawa-Potential die Bezeichnung μ verwendet worden.)
  Hinweis: Sie können hierbei natürlich Ihren Computer um Hilfe bitten.

S 15 Niederenergiestreuung an einer harten Kugel (6 Punkte)

Wir betrachten die Streuung von Teilchen am Potential einer harten Kugel,

$$V(r) = \begin{cases} \infty & \text{für } r < R_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{4}$$

bei niedriger Energie, $kR_0 \ll 1$, so daß nur die s-Welle zur Streuung beiträgt. Setzen Sie die Streulösung in der Form $\psi(\vec{x}) = r^{-1}u_{k,l}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi)$ an und geben Sie die radiale Gleichung für die Funktion $u_{k,0}(r)$ an. Finden Sie mit Hilfe der Randbedingung bei $r = R_0$ die Lösung dieser Gleichung und lesen Sie daran die Streuphase δ_0 ab. Bestimmen Sie den totalen Wirkungsquerschnitt und vergleichen Sie ihn mit dem Resultat, das Sie in der klassischen Mechanik für diesen Prozeß erwarten würden.

Weitere Informationen unter:
http://www.thphys.uni-heidelberg.de/~ewerz/qm2-10.html